BREVE HISTÓRIA DOS BURACOS NEGROS

AUTORES

Claudia M. G. G. FRANCHI
UNILAGO – União das Faculdades dos Grandes Lagos

Renato G. dos REIS
Departamento de Ciências da Computação e Estatística, IBILCE, UNESP,

Prof. Dr. Manoel F. Borges NETO
Departamento de Ciências da Computação e Estatística, IBILCE, UNESP,

RESUMO

Um buraco negro é um corpo celeste cuja velocidade de escape tem um valor que excede a velocidade da luz, ou seja, os buracos negros são conhecidos como regiões do espaço onde a gravidade é tão alta que nada pode escapar de seu interior, a luz e a matéria podem entrar, mas nada pode sair. A história dos buracos negros remonta a Pierre Laplace, e John Michell que em 1783 sugeriu pela primeira vez o conceito de buraco negro. Desde então, muitos cientistas têm trabalhado e formulado os degraus desta teoria tão fascinante. O presente artigo apresenta a evolução histórica da teoria dos buracos negros, desde seus postulados iniciais, suas formulações matemáticas, até os dias atuais, onde o maior desafio é conseguir observá-los e provar a sua existência já que por sua própria definição, ele não emite qualquer luz.

PALAVRAS-CHAVE

relatividade, cosmologia, termodinâmica, física-matemática

1. INTRODUÇÃO

Segundo Laplace (1798), "Inúmeras estrelas apresentam em sua coloração e em seu brilho variações periódicas muito notáveis; existem umas que aparecem de súbito e outras que desaparecem, depois de terem, durante algum tempo, emitido uma luz muito viva. Que prodigiosas mudanças devem se operar na superfície desses corpos, para que eles sejam tão sensíveis à distância que nos separa; de quanto eles devem ultrapassar aquelas que nós observamos na superfície do Sol! Todos esses corpos se tornam invisíveis no mesmo lugar onde foram observados, pois eles em nada mudaram durante o seu aparecimento; existem, portanto, nos espaços celestes, corpos obscuros tão consideráveis, e talvez tão grandes em número, como as estrelas. Um astro luminoso de mesma densidade que a Terra, e cujo diâmetro fosse o do Sol não deixaria, em virtude de sua atração, que nenhum de seus raios luminosos nos atingissem; é possível que os maiores corpos luminosos do universo sejam por isso mesmo invisíveis. Uma estrela que, sem possuir tal grandeza, ultrapasse consideravelmente o Sol, provocaria uma sensível redução na velocidade da luz e aumentaria assim a extensão de sua aberração".

2. FORMULAÇÃO DA TEORIA DOS BURACOS NEGROS

A expressão buraco negro foi adotada em 1969 pelo cientista americano John Wheeler (WHEELER, 1969), como descrição gráfica de uma ideia que, retrocedendo pelo menos 200 anos, chega a um tempo em que haviam duas teorias sobre a luz: segundo Isaac Newton, a luz era composta por partículas; a outra dizendo que a luz se formava por ondas. Segundo a dualidade onda/partícula da mecânica quântica, as duas teorias estão corretas, sendo que, a luz pode ser considerada tanto onda como partícula. Segundo a teoria de que a luz é formada por ondas, não fica estabelecido o fato de ela responder à gravidade. Mas se a luz é composta por partículas, pode-se esperar que ela seja afetada pela gravidade. Inicialmente, acreditava-se que as partículas da luz se deslocavam em velocidade infinita, de tal modo que a gravidade jamais seria capaz de atraí-las. Porém, a descoberta de OleRoemer, um astrônomo dinamarquês, de que a luz se propaga em velocidade finita, implica num efeito importante (HAWKING, 1970).

Com base nessa suposição em 1783, John Michell, postulou que,”uma estrela com massa suficientemente compacta poderia ter um campo gravitacional tão forte que a luz não poderia escapar. Qualquer luz emitida pela superfície da estrela seria puxada de volta por uma atração gravitacional antes que conseguisse se afastar”.Michell sugeriu ainda que deveria haver um grande número de estrelas nessa situação. Ainda que não fosse possível vê-las, pois sua luz não atingiria os olhos humanos, podería-se sofrer uma atração gravitacional. Esses objetos são os chamados atualmente de buracos negros, pois são vácuos escuros no espaço. Decerto não é consistente tratar a luz com a teoria de Newton (op. cite) sobre a gravidade, uma vez que a velocidade da luz é fixa. No entanto, uma teoria adequada que justifique como a gravidade atua sobre a luz só foi sugerida por Einstein (EINSTEIN, 1905), (EINSTEIN, 1905), (EINSTEIN, 1915) em 25 de novembro de 1915, em um seminário onde, comunicou as equações finais da Teoria da Relatividade Geral para a Academia de Berlim. Mesmo assim, decorreu um longo período antes que as implicações da teoria para estrelas compactas fossem compreendidas.

Em 1915, Karl Schwarzschild (SCHWARZSCHILD, 1916) encontrou entre 08 de novembro e o fim do ano, um mês após a publicação da Teoria da Relatividade Geral de Einstein, a Solução de Schwarzschild. Foi a primeira solução exata para as equações de campo de Einstein executando-se a solução trivial para o espaço plano.

Nas coordenadas de Schwarzschild(op. cit.), a métrica poderia ser expressa como:

$$ds^2 = c^2\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega^2 \qquad (2.1)$$

em que, G corresponde a constante de gravitação universal, M é entendida como a massa do objeto e, $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta^2 d\phi$, corresponde a um elemento de ângulo sólido. A constante $r_s = \frac{2GM}{c^2}$ é entendida como raio de Schwarzschild e desempenha uma função importante na solução de Schwarzschild.

A métrica de Schwarzschild é a solução para as equações de campo gravitacional no vácuo, válida apenas externamente ao corpo em questão. Portanto, em um corpo esférico de raio R,a solução é válida para r>R. Se R for menor que o raio de Schwarzschildr_s, então a solução descreve o que seria um buraco negro. Para determinar o campo gravitacional dentro ou fora do corpo em questão, deve-se descobrir a solução de Schwarzschild para$r=R$.

Adotando-se $M \to 0$ ou $r \to \infty$, obtém-se a métrica de Minkowski, (MINKOWSKI, 1907/1915),

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\Omega^2. \qquad (2.2)$$

Em 1917, Willem de Sitter(SITTER, 1917) encontrou a"Solução de Sitter'',

$$\left(g_{tt} - 1 - \frac{\Lambda r^2}{3}\right). \qquad (2.3)$$

Albert Einstein então estudou a métrica sob a forma:

$$dS^2 = -cos^2\left(\frac{\bar{r}}{R}\right)dt^2 + d\bar{r}^2 + sin^2\left(\frac{\bar{r}}{R}\right)d\Omega_2^2$$

para que $\sqrt{\frac{\Lambda}{3r}} = sin\left(\frac{\bar{r}}{R}\right)$ com $R \equiv \sqrt{\frac{\Lambda}{3r}}$ em que r é a coordenada radial padrão. Verificou também que a origem $\bar{r} = 0$ uma singularidade de coordenadas e que $\frac{\bar{r}}{R} = \frac{\pi R}{2}$; isto é, $r = \sqrt{\frac{\Lambda}{3r}}$ também é uma singularidade, mas falha na intenção de encontrar uma transformação que a elimine. Em 1922, CorneliusLanczos (Lanczos, 1924) eliminou a singularidade de Sitterem

$$r = \sqrt{\frac{\Lambda}{3r}} \qquad (2.4)$$

escrevendo a métrica como:

$$ds^2 = -dt^2 + cosh^2 Ht\, d\Omega_3^2. \qquad (2.5)$$

Em 1924, Sir Arthur Stanley Eddington(EDDINGTON, 1924) introduziu as coordenadas de Eddington e reescreveu a métrica de Schwarzschild como

$$ds^2 = ds^2_{M_4} + \left(\frac{2m}{r}\right)(dt - dr)^2. \qquad (2.6)$$

Em 1925, George Lameítre em Cambridge, escreveu a métrica de Sitter (op.cite), como

$$ds^2 = -d\tilde{t}^2 + e^{\frac{2\tilde{t}}{R}}\, d\vec{x}^2. \qquad (2.7)$$

Em 1930, Edmund Stoner(STONER, 1929) considerou que a densidade de estrelas anãs brancas varia com o quadrado da massa e encontrou uma densidade de uma ordem de magnitude maior que a observada anteriormente. Então, Wilhem Anderson (ANDERSON, 1924), postulou que os elétrons são relativistas e que a densidade é consideravelmente pequena. Em verdade, Anderson encontrou uma massa crítica, quando a densidade tornou-se infinita. Stoner descreveu então, o que é conhecido agora, como a equação de estado de Anderson-Stoner para anãs brancas, uma equação relativista de estado para um gás de elétrons degenerado (zero de temperatura), cuja expressão para o índice adiabático $\gamma(\rho$ varia de 5/3 - limite não relativista – a 4/3. Stoner confirmou então, a existência de uma massa limitante - 1,7 massa solar.

No entanto, Chandrasekhar (CHANDRASEKHAR, 1931) postulou que havia um limite para a repulsão que o princípio da exclusão pode prover. A teoria da relatividade(op. cite) limita a diferença máxima nas velocidades das partículas de matéria da estrela à velocidade da luz. Isto significa que, quando a estrela se torna suficientemente densa, a repulsão causada pelo princípio da exclusão será menor que a atração da gravidade. Chandrasekhar (op. cite) calculou que uma estrela fria, com uma massa maior que uma vez e meia a massa do Sol, não seria capaz de se sustentar contra sua própria gravidade - Limite de Chadrasekhar,

$$M_{Ch} = \frac{\omega_3^0 \sqrt{3\pi}}{2}\left(\frac{\hbar}{G}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{(\mu_e m_H)^2}, \qquad (2.8)$$

em que, $\hbar$ é a constante de Planck reduzida, c é a velocidade da luz, G é a constante gravitacional universal, m_H é a massa do átomo de hidrogênio, μ_e é a massa molecular média do elétron e $\omega_3^0 \cong 2.018236$ é a constante matemática relacionada à equação de Lane-Emden.

Surgiram assim, algumas implicações sobre o destino final das estrelas compactas. Se a massa de uma estrela for menor que o limite de Chandrasekhar, ela pode, eventualmente parar de se contrair, e se estabelecer num possível estado final, como por exemplo, uma ''Anã Branca", com raio de alguns milhares de quilômetros e densidade de milhares de toneladas por centímetro cúbico. Uma Anã Branca é sustentada pela repulsão do princípio da exclusão entre os elétrons de sua massa.

Landau (LANDAU, LIFSHITZ, 1958), (LANDAU, LIFSHITZ, 1960) percebeu que existia outro possível estado final para uma estrela, também com massa limite de aproximadamente uma ou duas vezes a do Sol, porém muito menor. Essas estrelas seriam sustentadas pela repulsão do princípio da exclusão entre nêutrons e prótons mais do que entre elétrons; seriam, portanto, chamadas "estrelas de nêutrons" e teriam raio de aproximadamente 16 km, e densidade de bilhões de toneladas por cm^3. Na época em que isto foi previsto pela primeira vez não havia uma maneira possível de observação das estrelas de nêutrons, que só foram detectadas muito mais tarde.

Estrelas com massa acima do limite de Chandrasekhar enfrentam um grande problema quando esgotam seu combustível. Em alguns casos, elas podem explodir; ou então se orientar de forma a se livrar de matéria suficiente a fim de reduzir sua massa até abaixo do limite e, assim, evitar o colapso gravitacional. Isto contrariava as opiniões de vários cientistas, inclusive Einstein que, anos antes escrevera um trabalho em que afirmava que as estrelas não deveriam se contrair até o ponto zero. Chandrasekhar demonstrou que o princípio da exclusão pode não sustar o colapso de uma estrela cuja massa ultrapasse o limite que estabelecera, o problema da compreensão do que aconteceria com tal estrela, de acordo com a relatividade geral (op.cit.), foi resolvido pela primeira vez por Robert Oppenheimer (OPPENHEIMER, 1939), em 1939. Seus resultados, entretanto, sugeriram que não deveria haver consequências empíricas passíveis de serem detectadas pelos telescópios da época.

O desenvolvimento atual desse trabalho informa que, o campo gravitacional de uma estrela altera as trajetórias dos raios de luz no espaço-tempo de onde eles teriam vindo se a estrela não estivesse presente. Os prismas de luz que indicam as trajetórias seguidas no espaço e no tempo pelos focos de luz emitidos de suas extremidades são curvados ligeiramente para dentro, perto da superfície da estrela. Isto pode ser visto nas curvaturas de luz das estrelas distantes observadas durante um eclipse do Sol. À medida que a estrela se contrai, o campo gravitacional em sua superfície se torna mais forte e os prismas de luz se curvam mais para dentro. Consequentemente torna-se mais difícil o mecanismo de escape da luz da estrela, fazendo com que ela pareça mais opaca e avermelhada a um observador que se encontre à distância. Quando a estrela se encolher até um determinado raio crítico, o campo gravitacional de sua superfície se torna tão forte que os prismas de luz se curvam para dentro, de tal modo que a luz não pode mais escapar. De acordo com a teoria da relatividade (op. cit.), nada pode se deslocar mais rapidamente do que a luz. Assim, tem-se um conjunto de eventos e uma região de espaço-tempo, da qual não é possível escapar para atingir um observador distante. Esta região é chamada de Buraco Negro. Seu limite é chamado de horizonte de eventos e coincide com as trajetórias dos raios de luz que não conseguem escapar do buraco negro.

Para entender o que se veria quando uma estrela se desintegrasse para formar um buraco negro, é importante lembrar que na teoria da relatividade (op. cite) não existe o tempo absoluto e que cada observador tem sua própria medida. O tempo para alguém na estrela será diferente daquele de alguém à distância, devido ao campo gravitacional da estrela. A gravidade se torna mais fraca quanto mais afastado se estiver da estrela.

Roger Penrose e Stephen Hawking (HAWKING, PENROSE, 1970), demonstraram que, de acordo com a relatividade geral, deve haver uma singularidade de densidade infinita e curvatura do espaço tempo dentro de um buraco negro. Isto é quase igual à grande explosão no começo do tempo; seria apenas um fim do tempo para o corpo em colapso. Nessa singularidade, as leis científicas falhariam. Entretanto, qualquer observador que permanecesse fora do buraco negro não seria afetado por esta falha de previsibilidade, porque nem a luz, nem qualquer outro sinal poderia atingi-lo a partir da singularidade. As singularidades produzidas pelo colapso gravitacional ocorrem apenas em lugares como os buracos negros, onde elas podem ser escondidas da visão externa por um horizonte de eventos (HAWKING, 2005).

O horizonte de eventos, limite da região do espaço-tempo do qual não é possível escapar, age quase como uma membrana de direção única em volta do buraco negro; em que objetos podem cair dentro dele, mas nada, jamais, poderá sair de lá pelo mesmo caminho. O horizonte de eventos é a trajetória, através do espaço-tempo, percorrida pela luz que está tentando escapar do buraco negro, e nada pode se deslocar mais rapidamente do que a luz.

Em 1967, o estudo dos buracos negros foi revolucionado por Werner Israel (ISRAEL, 1967). Israel demonstrou que, de acordo com a relatividade geral, buracos negros estáticos deveriam ser muito simples: perfeitamente esféricos, seu tamanho dependendo apenas de sua massa. Sugeriu também que quaisquer dois buracos negros com massas equivalentes seriam idênticos. Poderiam na verdade ser descritos por uma determinada solução das equações de Einstein conhecida desde 1917, encontrada por Karl Schawrzschild (op. cit.) pouco depois da descoberta da relatividade geral.

Havia, entretanto, uma interpretação diferente do resultado a que Israel chegara, defendida sobretudo por Roger Penrose e John Wheeler(WHEELER, 1969}. Penrose e Wheeler argumentavam que os movimentos acelerados atuantes no colapso de uma estrela implicariam em que as ondas gravitacionais que dela desprendessem a arredondariam cada vez mais e, portanto, quando se estabelecesse num estado estacionário, ela estaria absolutamente esférica. Qualquer estrela estacionária, independente da complexidade de sua forma e estrutura interna, se transformaria depois do colapso gravitacional, num buraco negro perfeitamente esférico, cujo tamanho dependeria apenas da massa da estrela em questão. Cálculos posteriores sustentaram este argumento, que passou, em pouco tempo a ser adotado genericamente.

O resultado de Israel (op.cit.) dizia respeito apenas aos buracos negros formados exclusivamente por corpos estacionários. Em 1963, Roy Kerr(KERR, 1963), encontrou um conjunto de soluções para as equações da relatividade geral que descreviam buracos negros rotativos. Estes buracos negros giravam a uma razão constante, sua forma e tamanho dependeriam apenas de sua massa e dessa razão de rotação. Se a rotação for zero, o buraco negro é perfeitamente redondo e a solução é idêntica à de Schwarzschild. Se a rotação for não-zero, o buraco negro se arqueia extremamente na direção de seu equador e quanto mais aceleradamente ele girar, mais se arqueará. Assim, para aplicar o resultado de Israel incluindo os corpos rotativos, foi conjeturado que, qualquer corpo rotativo, que tivesse sofrido um colapso e formado um buraco negro, poderia eventualmente se estabelecer no estado estacionário descrito pela solução de Kerr.

Em 1970, Brandon Carter (CARTER, 1971) demonstrou que, desde que um buraco negro rotativo estacionário tenha um eixo de simetria, como um ponto de rotação, seu tamanho e forma só dependerão de sua massa e da razão de rotação. Então, em 1970, Hawking (op. cite) provou que qualquer buraco negro rotativo estacionário tem, de fato, tal eixo de simetria. Finalmente em 1973, David Robinson (ROBINSON, et. Al., 1973), utilizando resultados de Hawking (op.cit.) e Carter (op.cit.) demonstrou que a conjetura era correta: um buraco negro deste tipo seria de fato a solução de Kerr (op.cit.). Assim, depois de um colapso gravitacional, um buraco negro deve se estabelecer num estado no qual ele pode girar mas não pulsar. Mas ainda, seu tamanho e forma vão depender apenas de sua massa e da razão de rotação e não da natureza do corpo que teria entrado em colapso para forma-lo. ''Um Buraco Negro Não tem cabelo". O Teorema da Ausência de Cabelos é de grande importância prática porque restringe amplamente os tipos possíveis de buracos negros. Esse teorema postula que toda as soluções resultantes em buracos negros das equações de Einstein-Maxwell da gravitação e do eletromagnetismo em relatividade geral podem ser completamente caracterizadas externamente por somente três parâmetros clássicos: massa, carga elétrica, e momento angular. Todas as outras informações sobre a matéria a qual formou um buraco negro ou está "caindo" nele, "desaparece" atrás do horizonte de eventos do buraco negro e é consequentemente permanentemente inacessível a observadores externos. Pode-se portanto, construir modelos detalhados de objetos que possam conter buracos negros, e comparar as previsões destes modelos com as observações. Também implica que uma quantidade de informações sobre o corpo que entrou em colapso deve se perder quando o buraco negro se forma, porque posteriormente tudo o que será possível medir do corpo é sua massa e a razão de sua rotação.

3. RESULTADOS RECENTES / OBSERVAÇÕES

Os buracos negros são um dos poucos casos na história da ciência em que a teoria foi desenvolvida detalhadamente enquanto modelo matemático antes que houvesse qualquer evidência observável indicando que estivesse correta. Na verdade, este foi o argumento principal utilizado pelos contestadores dos buracos negros; não era possível de se acreditar em objetos cuja única evidência eram cálculos baseados na teoria da relatividade geral. Em 1963, Marten Schmidt (SCHMIDT, 1959), mediu o desvio para o vermelho de um pálido objeto, semelhante a uma estrela, na direção das fontes de ondas de radio chamada 3C273. Ele descobriu que era muito grande para ser provocada por um campo gravitacional; se fosse um desvio gravitacional para o vermelho, o objeto teria que ser tão compacto e estar tão próximo da Terra que afetaria as órbitas dos planetas do Sistema Solar.

Isso sugeriu que o desvio para o vermelho era, ao contrário, provocado pela expansão do universo, o que, por sua vez, indicaria que o objeto estava muito distante. E, para ser visível a tamanha distância, o objeto deveria ser muito brilhante; estaria emitindo uma imensa quantidade de energia. O único mecanismo que se podia pensar ser capaz de produzir tamanha quantidade de energia parecia ser o colapso gravitacional não de uma simples estrela, mas de toda a região central de uma galáxia. Inúmeros outros objetos equivalentes foram descobertos, sempre com um grande desvio para o vermelho. \ Mas todos estavam distantes, apresentando, portanto, grande dificuldade de observação para prover evidência conclusiva dos buracos negros. Em 1967, Jocelyn Bell e seu orientador Antony Hewish (HEWISH, BELL, 1968), observaram objetos celestes que emitiam ondas de rádio, concluindo-se que estes objetos eram, de fato, estrelas de nêutrons rotativas, emitindo vibrações de ondas de rádio devido a uma complexa interação entre seus campos magnéticos e a matéria à sua volta. Tratava-se da primeira evidência positiva da existência das estrelas de nêutrons. Uma estrela de nêutrons tem um raio de aproximadamente 16 km, apenas um pouco maior que o raio crítico no qual uma estrela se transforma em buraco negro. Se uma estrela poderia se contrair até este tamanho tão pequeno, não seria irracional esperar que outras estrelas pudessem fazê-lo até tamanhos ainda menores e se transformar em buraco negro (HAWKING, 1975).

4. CONCLUSÃO

O maior desafio em se detectar um buraco negro estaria em conseguir observá-lo se, por sua própria definição, ele não emite qualquer luz. Em 1783, John Michellapontou em seu trabalho pioneiro que um buraco negro exerce força gravitacional sobre os objetos próximos. Assim, já se tem a evidência da existência de muitos buracos negros na galáxia e em outras duas vizinhas, chamadas Nuvens de Magalhães. O número de buracos negros é provavelmente muito maior do que se imagina; podendo ser muito maior do que o de estrelas visíveis, que chegam aproximadamente a cem bilhões, apenas em nossa galáxia.

5. BIBLIOGRAFIA

Carrol, S. M.; An Introduction to General Relativity - Space-time and Geometry, Pearson Education, San Francisco, USA, 2004.

Carter, B.; Causal Structure in space-time, J. General Relativity and Gravitation, New York, US: Plenum Press, V. 1, Number 4, p. 349-391, 1971, doi: 10.1007/BF00759217.

Carter, B.; Complete Analytic Extension of the Symmetry Axis of Kerr's Solution of Einstein's Equations, Physical Review Letters, New York, US: American Society of Physics, V. 141, p. 1242-1247, 1966.

Chandrasekhar, S.; The Maximum Mass of Ideal White Dwarfs, The Astrophysical Journal, Chicago, Ill., US: University of Chicago Press, V. 74, p. 81–82, 1931.

Eddington, A.; The Mathematical Theory of Relativity, Cambridge University Press, New York, second edition, 1924.

Einstein, A.; On the Electrodynamics of Moving Bodies, Annalen der Physik, Leipzig, Alemanha, DE: Johann Ambrosius Barth Verlag, V. 17, p. 891-921, 1905, doi:10.1002.

Einstein A.; Does the Inertia of a Body Depend Upon Its Energy Content, Annalen der Physik, Leipzig, Alemanha, DE: Johann Ambrosius Barth Verlag, V. 18, p. 639–641, 1905.

Einstein, A.; Die Feldgleichungen der Gravitation (The Field Equations of Gravitation), KöniglichPreussischeAkademie der Wissenschaften, Berlin, p. 844–847, 1915.
Hawking, S. W., Penrose, R.; The Singularities of Gravitational Collapse and Cosmology, Proceedings of the Royal Society of London, London, GB: Royal Society of London, V. 314 n. 1519, p. 529-548, 1970, doi:10.1098.
Hawking, S. W. and Ellis, G. F. R.; The Large Scale Structure of Space-Time, Cambridge University Press, 1973.
Hawking, S. W.; Black-hole evaporation, Nature, London, GB: Macmillan Journals V. 248, p. 30-31, 1974.
Hawking, S. W.; Particle Creation by Black Holes, Communications in Mathematical Physics, New York, US: Springer Verlag, V. 43, p. 199—220, 1975.
Hawking, S. W.; A Brief History Of Time: From Big Bang To Black Holes, Bantam Books, 2005.
Hewish, A., Bell, S. J., Pilkington, J. D. H., Scott, P. F. and Collins, R. A.; Observation of a Rapidly Pulsating Radio Source, Nature, London, GB: Macmillan Journals, V. 217 p. 709-713, 1968.
Israel, W.; Event Horizonts in static vacuum space-times, Physical Review, New York, US: American Physical Society, V. 164, p. 1776-1779, 1967.
L. D. and Lifshitz E. M.; Course of Theoretical Physics, V. 5, Pergamon Press, 1958.
Landau, L. D. and Lifshitz E. M.; Course of Theoretical Physics, V. 8, Pergamon Press, 1960.
Lanczos, C.; Über eine stationäreKosmologieimSinne der EinsteinischenGravitationstheorie, Zeitschrift fur physik, Berlin, DE: Deutsche PhysikalischeGessellschaft, V. 21, p. 73-110, 1924, doi:10.1007.
Minkowski, H.; Das Relativitätsprinzip, Annalen der Physik, Leipzig, Alemanha, DE: Johann Ambrosius Barth Verlag, V. 352, n. 15, p. 927–938, 1907/1915, doi:10.1002.
Oppenheimer, J. R. and Snyder, H.; On Continued Gravitational Contraction, Physical review letters, New York, US: American Society of Physics, New York, US: American Institute of Physics, V. 56, p. 455–459, 1939.
Robinson, D. C.; Muller, H., Hagen, Z., and Seifert, H. J.; Black holes in static vacuum space-times, General Relativity and Gravitation, New York, US: Plenum Press, V. 4, p. 53-78, 1973.
Schmidt, M.; The Rate of Star Formation, The Astrophysical Journal, Chicago, Ill., US: University of Chicago Press, V. 129, p. 243, 1959.
Schwarzschild, K.; Über das GravitationsfeldeinesMassenpunktesnach der Einstein'schenTheorie, Sitzungsberichte der PreussischenAkad-

emie der Wissenschaften.Physikalisch-mathematischeklasse, Reimer, Berlin, S., V. 3, 189-196 ff., 1916.
Sitter, de W.; On the curvature of space, Verhandelingen der KoninklijkeNederlandscheAkademie van Wetenschappen. Afdeelinfnatuurkunde, Amsterdam, NL: North Holland Publishing, Vol. 20, n. 1, p. 229–243, 1917.
Stoner, E. C.; The Limiting Density in White Dwarfs, Philosophical Magazine, London, Edinburgh and Dublin philosophical magazine and journal of science, V. 7, p. 63-70, 1929.
Wheeler J. A.; Our Universe: the Know and the unknow, The Physics Teacher, College Park, Md., US: American Association of Physics Teachers, V. 7, n. 1, p. 24, 1969.